



### Cálculo III (LM-PM)

Recuperatorio Primer Examen Parcial - 29/11/2017

Alumna/o: ..... Carrera: LM - PM

1. Un campo escalar diferenciable  $f$  tiene, en el punto  $(1; 2)$  las derivadas direccionales  $2$  en dirección al punto  $(2; 2)$  y  $-2$  en dirección al punto  $(1; 1)$ . Determinar el vector gradiente en  $(1; 2)$  y calcular la derivada direccional en dirección al punto  $(4; 6)$ .
2. La sustitución  $u = (x - y)/2$ ,  $v = (x + y)/2$  cambia  $f(u; v)$  en  $F(x; y)$ . Aplicar en forma adecuada la regla de la cadena para expresar las derivadas parciales  $\frac{\partial F}{\partial x}$  y  $\frac{\partial F}{\partial y}$  en función de las derivadas parciales  $\frac{\partial f}{\partial u}$  y  $\frac{\partial f}{\partial v}$ .
3. Sea  $f(x; y) = \frac{xy^3}{x^3+y^6}$  si  $(x; y) \neq (0; 0)$ , y definamos  $f(0; 0) = 0$ .
  - a) Demostrar que existen todas las derivadas direccionales de  $f$  en  $(0; 0)$  y calcularlas.
  - b) ¿Es  $f$  continua en el origen? Justifica.
  - c) ¿Es  $f$  diferenciable en el origen? Justifica.
4. Analizar la veracidad de los siguientes enunciados, justificando adecuadamente en cada caso.
  - a) Sea la función
$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x; y) \neq (0; 0) \\ 0 & \text{si } (x; y) = (0; 0), \end{cases}$$
entonces,  $g$  es diferenciable en el  $(0; 0)$ .
  - b) El campo escalar  $h(x, y) = 3ye^x - y^3 - e^{3x} + 2$ , considerado en  $\mathbb{R}^2$ , tiene un único máximo relativo pero no tiene máximo absoluto.
5.
  - a) Hallar el máximo de  $\ln x + \ln y + 3 \ln z$  en la porción de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$  en la que  $x > 0$ ,  $y > 0$  y  $z > 0$ .
  - b) Aplicar el resultado para demostrar que para números reales positivos  $a, b, c$  tenemos

$$abc^3 \leq 27 \cdot \left(\frac{a+b+c}{5}\right)^5$$